2014년 1학기 교수체제설계 작성자: 김정연
임철일 선생님

# 절차의 적용 관련 교수 설계안

[수업 청사진]

◆절　　　차: 확률 구하기
◆대상 학습자: 고등학교 2학년
◆수 업 수 준: 2
◆수 업 시 간: 50분
◆수 업 목 표: 각 상황에 적합한 확률의 공식을 사용하여 확률을 구할 수 있다.

<table>
<tr><th>방법</th><th>실행</th></tr>
<tr><td colspan="2">Ⅰ. 제시</td></tr>
<tr><td>1. 목표제시<br>1.1. 주의력 환기</td><td>■ 로또의 당첨 확률이나 야구 선수의 타율 등, 실생활에서 익숙한 확률의 예를 제시한다.<br>■ 목표를 제시한다.</td></tr>
<tr><td>2. 선수학습</td><td>■ 시행과 사건의 개념을 설명할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>3. 내용제시</td><td>■ 확률의 개념을 제시한다.<br>■ 수학적 확률의 공식을 제시한다.<br>■ 통계적 확률의 공식을 제시한다.<br>■ 기하학적 확률의 공식을 제시한다.<br>■ 제시된 연습 문제에서 어떤 절차를 거쳐 문제를 풀어야 하는지 설명한다.</td></tr>
<tr><td>4. 절차<br>4.1. 시범<br>4.2. 강조</td><td>■ 예시 문제를 풀어준다.<br>■ 세 가지 확률을 적용하는 상황의 차이에 유의할 것을 강조한다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ⅱ. 연습</td></tr>
<tr><td>5. 연습</td><td>■ 수학적 확률을 적용하는 상황의 예시문제를 연습한다.<br>■ 통계적 확률을 적용하는 상황의 예시문제를 연습한다.<br>■ 기하학적 확률을 적용하는 상황의 예시문제를 연습한다.<br>■ 어떤 확률을 적용해야 하는지 제시해주지 않은 예시문제를 연습한다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ⅲ. 피드백</td></tr>
<tr><td>6. 피드백<br>6.1. 확인<br>6.2. 교정<br>6.3. 유도</td><td>■ 학생이 대답한 후 즉시 피드백을 제공한다.<br>■ 문제를 맞게 풀이한 학생에게는 적극적으로 칭찬을 한다.<br>■ 문제를 틀린 학생은 질문을 통해 스스로 틀린 부분을 교정할 수 있도록 유도한다.</td></tr>
</table>

[수업 교안]

| 방법 | 실행 | 시간 |
|---|---|---|
| Ⅰ. 제시 | | |
| 1. 동기유발 | ■ 실생활에서 익숙한 확률의 예 제시<br>▪ 여러분, 어제 스포츠 뉴스 봤어요? 추신수 선수 타율이 얼마라고 나왔는지 기억해요? 타율이 뭔지 정확하게 아는 사람? 그러면 타율을 어떻게 구하는지도 알아요?<br>▪ 로또 1등에 당첨될 확률이 800만 분의 1이라고 하는데, 이 확률이 어떻게 나오는 건지 알아요? | 5<br>(5) |
| 2. 선수학습 | ■ 시행과 표본공간, 사건의 개념을 설명할 수 있다.<br>▪ 지난 시간에는 시행과 사건에 대해 배웠죠. 네, 시행은 같은 조건 아래에서 여러 번 반복할 수 있는 행동, 그 중에서도 결과가 우연히 정해지는 행동을 말했죠. 주사위를 던지거나, 윷을 던지거나 하는 식으로 나올 수 있는 결과가 한 가지가 아닌 행동요.<br>▪ 그러면 표본공간이 뭐였는지도 기억나나요? 네, 이 시행에서 나올 수 있는 결과 전부를 모은 집합을 표본공간이라고 했죠.<br>▪ 그럼 표본공간에 있는 여러 결과들 중에 내가 바라는 딱 하나의 결과, 이 결과를 뭐라고 했는지도 기억이 나요? 맞아요, 이게 사건이었죠. 그래서 사건은 표본공간의 부분집합이고, '사건 A가 일어난다.'는 말은 시행의 결과로 집합 A의 원소 중 하나가 나온다는 이야기였어요. | 5<br>(10) |
| 3. 목표제시 | ■ 각 상황에 적합한 확률의 공식을 사용하여 확률을 구할 수 있다.<br>▪ 그러면, 어떤 행동을 10번 시행했을 때 표본공간의 부분집합인 사건 A가 몇 번 일어날 지 예상할 수 있을까요? 추신수 선수가 타석에 10번 섰을 때 안타를 몇 번이나 칠 지 알 수 있는 것처럼요.<br>▪ 맞아요. 이게 바로 확률이지요. 오늘은 우리가 실생활에서 어떻게 확률을 구할 수 있을지, 각 상황에 적합한 확률의 공식에 대해 알아볼 거에요. | 2<br>(12) |
| 4. 절차 | ■ 확률의 기본 개념 제시<br>▪ 확률은 여러분들이 알고 있는 대로 어떤 사건이 일어날 가능성의 정도를 수치로 나타낸 걸 말해요. 드물게 일어나는 사건은 확률이 낮고, 자주 일어나는 사건은 확률이 높다고 할 수 있죠.<br>▪ 절대 일어나지 않는 확률은 0, 무조건 일어날 확률은 1로 쓸 수 있어요. 100%를 분수로 바꾸면 $\frac{100}{100}$으로 1이 되니까요. 그러니까 일어날 수도, 일어나지 않을 수도 있는 사건들의 확 | 8<br>(20) |

| | | |
|---|---|---|
| | 률은 0에서 1 사이로 쓸 수 있고, 당연히 분수로 나타낼 수 있겠죠?<br>▪ 어떤 사건 A가 일어날 확률을 우리는 P(A)라고 써요. 그러니까 이 P(A)는 일어날 수 있는 모든 경우의 수, 추신수 선수가 타석에 올라와서 안타를 칠 수도 못 칠 수도 있는 모든 경우의 수 중 우리가 바라는 사건 A, 즉 추신수 선수가 안타를 칠 수 있는 횟수를 이야기하는 거죠.<br>▪ 따라서 $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{(\text{사건 }A\text{가 일어날 경우의 수})}{(\text{일어날 수 있는 모든 경우의 수})}$라는 설명이 가능해집니다. | |
| 4.1. 시범 | ■ 수학적 확률을 적용하는 상황의 예시문제를 제시한다.<br>▪ 자, 우리가 주사위를 던지는 상황을 한 번 가정해 볼까요? 주사위를 던져서 짝수 눈이 나올 확률을 계산해 봅시다. 주사위 눈 여섯 개가 나올 확률은 전부 $\frac{1}{6}$로 같겠죠. 그 중에 짝수의 눈은 몇 개인가요?<br>▪ 맞아요. 2, 4, 6 이렇게 세 개가 짝수니까 주사위의 눈 6개 중 짝수 3개가 나올 확률은 $\frac{3}{6}$이겠네요. 약분하면 $\frac{1}{2}$이니까 '두 번 주사위를 던졌을 때 한 번은 짝수가 나올 것이다.' 라고 대답할 수 있습니다.<br>▪ 이렇게 주사위의 눈 여섯 개가 나올 확률이 전부 같은 것처럼 우리가 원하는 사건 A가 같은 정도로 나올 거라는 가정 하에 계산하는 확률을 수학적 확률이라고 합니다.<br>■ 통계적 확률을 적용하는 상황의 예시문제를 제시한다.<br>▪ 그런데 우리 생활에서는 이렇게 사건 A가 같은 정도로 나올 거라고 가정하기 힘든 경우가 많죠. 예를 들어서 윷은 등은 둥글고 배는 반듯한 모양인데, 정말 윷을 던져서 등이 나올 확률과 배가 나올 확률이 완벽하게 같을까요? 만약에 다르다면, 등이 나올 확률과 배가 나올 확률은 어떻게 구할 수 있을까요?<br>▪ 네, 맞습니다. 윷을 엄청 많이 던지다보면 그 대략적인 확률을 구할 수 있겠죠. 이렇게 같은 시행을 $n$번 반복하여 사건 A가 일어난 횟수를 $r_n$이라고 써요. 예를 들어 윷을 100번 던졌을 때 배가 나오는 횟수를 구한다고 하면, $r_{100}$이라고 쓸 수 있겠죠. 이 때 $n$을 한없이 크게 하면 $\frac{r_n}{n}$의 값은 일정한 값 $p$에 점점 가까워집니다. 이런 식으로 구한 일정한 값 $p$를 우리는 통계적 확률이라고 해요.<br>▪ 이름에서 알 수 있듯이 통계를 내 봤더니 이 정도 확률이 나오더라, 라는 이야기라고 볼 수 있겠지요? 수학자들은 이 $n$ | 10<br>(30) |

| | | |
|---|---|---|
| | 의 크기를 굉장히 크게 하다보면 통계적 확률의 값이 수학적 확률의 값에 가까진다는 것을 발견했다고 해요. 주사위를 두 번 던졌을 때는 그 중 한 번도 짝수가 안 나올 수도 있지만, 주사위를 1000번쯤 던지다보면 짝수가 500번 가까이 나오더라는 이야기에요. 이렇게 어떤 시행의 횟수를 무한히 크게 하면 통계적 확률이 수학적 확률에 가까워지는 것을 큰 수의 법칙이라고 부릅니다.<br>■ 기하학적 확률을 적용하는 상황의 예시문제를 제시한다.<br>▪ 자, 이번에는 다른 상황을 생각해 볼까요? 어떤 상황이 연속적으로 제시되는, 예를 들어서 과녁에 화살을 쏘았을 때 10점 만점을 받을 확률은 어떻게 구할 수 있을까요? 화살 과녁처럼 동그라미들이 겹쳐서 연속해 있는 상황에서 10점을 받을 확률, 7점을 받을 확률을 모두 같다고 가정하고 계산하기는 힘들겠죠? 전체 횟수가 얼마인지도 알 수 없고요. 이런 상황에서는 어떻게 확률을 구할 수 있을까?<br>▪ 맞습니다. $P(A)=\frac{(\text{영역 }A\text{의 크기})}{(\text{영역 }S\text{의 크기})}$라고 볼 수 있겠지요. 넓은 전체 영역 중에서 영역 A에 속할 확률을 구하는 거니까요. 이렇게 수를 명확하게 측정하기 불가능할 때 그림의 형태로 구하는 확률을 기하학적 확률이라고 합니다. | |
| 4.2. 강조 | ■ 세 가지 확률을 적용하는 상황의 차이에 유의할 것을 강조한다.<br>▪ 자, 다시 한 번 정리해볼까요? 실제로 사건을 시행해보고 통계를 구해서 확률을 추정하는, 타율을 구하는 것 같은 확률은 통계적 확률이라고 하죠. 통계적 확률의 시행횟수가 많아지면 우리가 로또에 당첨될 확률을 구할 때처럼 어떤 경우가 일어날 확률이 똑같다고 가정하고 진행하는 수학적 확률과 비슷한 확률로 수렴하게 되고요. 그리고 수학적 확률을 구하기 힘든, 분모의 횟수를 상정하기 힘든 상황에서는 그림을 통해 기하학적 확률을 구할 수 있습니다.<br>▪ 그러니까 문제를 풀 때는 제일 먼저 무엇을 생각해야 할까요? 맞습니다. 이 문제를 풀기 위해 어떤 확률을 사용해야 할지를 제일 먼저 살펴봐야겠죠? 어떤 확률을 적용해야 할 지 먼저 확인하고, 그 공식에 따라 문제를 푸는 것을 꼭 습관을 들이도록 하세요. | 2<br>(32) |
| Ⅱ. 연습 | | |
| 5. 연습[1)] | ■ 수학적 확률을 적용하는 상황의 예시문제를 연습한다.<br>▪ 자, 이 문제에서 왜 수학적 확률을 적용해야 하는지 알겠어요?<br>▪ 맞아요. 주머니 속에 든 열 개의 공들 중에서 공 하나를 꺼낼 | 15<br>(47) |

<table>
<tr><td></td><td>확률은 공통적으로 $\frac{1}{10}$이지요. 하지만 흰 공이 5개, 검은 공이 3개, 붉은 공이 2개니까 꺼낸 공의 색깔이 흰 색일 확률과 검은 색일 확률, 붉은 색일 확률은 각각 다르겠네요.<br><br>■ 통계적 확률을 적용하는 상황의 예시문제를 연습한다.<br>▪ 그러면 통계적 확률을 적용하는 문제를 풀어봅시다. 우리가 예시로 얘기했던 것과 같은 타율 문제네요.<br>■ 기하학적 확률을 적용하는 상황의 예시문제를 연습한다.<br>▪ 자, 명확하게 끊을 수 없는 ‘시간’을 구하도록 하는 나왔으니 기하학적 확률을 활용해야겠네요. 수직선을 그려보는 건 어떨까? 풀어봅시다.<br>■ 어떤 확률을 적용해야 하는지 제시해주지 않은 예시문제를 연습한다.<br>▪ 이제 어떤 문제를 보고 어떤 확률 공식을 적용해야 할 지 감이 잡혀요? 자, 그러면 이 문제를 한 번 풀어봅시다.</td><td></td></tr>
<tr><td>6. 평가</td><td>■ 예시문제와 같은 설명 없이 주어진 문제를 풀어본다.<br>▪ 어떻게 문제를 보고 확률 공식을 적용해야 하는지 감이 잡히나요? 이제 얼마나 확실하게 익혔는지 확인해 볼 거에요. 슬라이드에 보이는 문제를 풀어봅시다. 이 문제들은 어떤 절차를 거쳐서 풀었는지 선생님이 알 수 있게 순서대로 풀어서 제출하도록 하세요.[2]</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Ⅲ. 피드백</td></tr>
<tr><td>7. 피드백<br>7.1. 확인<br><br><br><br><br><br><br>7.2. 교정</td><td>■ 문제를 맞게 풀이한 학생에게는 적극적으로 칭찬을 한다.<br>▪ 그래요, 어떤 색깔을 꺼내고 싶은 지에 따라 우리가 구하는 확률이 달라지겠지요. 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{5}{10}$, 검은 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{10}$, 붉은 공을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{10}$겠네요. 이 세 확률을 전부 합하면 $\frac{10}{10}$으로 1이 된다는 걸 알겠어요? 주머니에서 공 하나를 꺼냈을 때 이 공이 흰 색이나 검은 색, 붉은 색 중 하나일 것은 확실한 거죠.<br>▪ 잘 했어요. 야구 선수가 100번의 타격 기회에서 15번 홈런을 쳤으니 전체 횟수 100을 분모로 놓고, 우리가 알고 싶은 홈런을 친 횟수를 분자로 놓아서 $\frac{15}{100}$임을 알 수 있죠. $\frac{3}{20}$이라고 써도 물론 맞습니다.<br>▪ 네, 맞아요. 수학적 확률을 통해 구할 수 있는 간단한 문제였</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>죠? 9개의 제품 중에 불량품이 3개 있으니까 불량품을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{9}$, 정상 물품을 꺼낼 확률은 $\frac{6}{9}$라서 각각 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$라고 쓸 수 있겠습니다.</td><td></td></tr>
<tr><td>7.3. 유도</td><td>■ 문제를 틀린 학생은 질문을 통해 스스로 틀린 부분을 교정할 수 있도록 유도한다.<br>▪ 자, 버스를 기다리는 시간이 5분 이내인 시간대가 그렇게 두 곳일까? 문제를 다시 한 번 읽어보자. 한 시간에 버스가 몇 번 온다고 했지? 맞아요, 세 번이지? 그러면 버스를 기다리는 시간이 5분 이내인 시점도 한 군데 더 있지 않을까?<br>▪ 이 문제를 풀려면 어떤 확률을 적용해야 할지는 확인해 봤니? 맞아요, 기하학적 확률을 활용해서 문제를 풀어야 한다는 걸 먼저 발견해야 하지. 기하학적 확률은 어떻게 문제를 풀어야 한다고 선생님이 얘기했지? 자, 어떤 그림을 그리면 문제를 풀기 쉬울 지 수직선에서 한 번 찾아볼까?<br>▪ 잘 찾았어요. 45분에서 50분 사이를 빼고 계산해서 답이 틀리게 나온 모양이야. 버스를 기다리는 시간이 5분 이내인 곳은 10분에서 15분 사이, 25분에서 30분 사이, 45분에서 50분 사이 이렇게 세 군데죠. 그러면 전체 한 시간, 60분 중에 버스를 에 5분 이내로 기다릴 확률이 얼마가 되는지 다시 한 번 계산해볼까요?<br>▪ 맞습니다. $\frac{15}{60}$이죠. $\frac{1}{4}$이라고 쓸 수도 있고요.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Ⅳ. 정리</td></tr>
<tr><td>8. 차시예고</td><td>■ 다음 차시를 예고하고 수업을 정리한다.<br>▪ 잘 했어요. 다음 시간에는 조금 더 여러 가지 조건이 있는 사건의 확률을 구하는 방법들을 연습해 볼 거에요.</td><td>3<br>(50)</td></tr>
</table>

1) 연습문제 전문은 <연습문제>에 제시
2) 평가문항 전문은 <부록>의 슬라이드 7p에 제시

<연습문제>

■ 수학적 확률을 적용하는 상황의 연습문제

| |
|---|
| 주머니 속에 흰 공 5개, 검은 공 3개, 붉은 공 2개가 있다. 이 때 한 개의 공을 꺼냈을 때 공의 색깔이 흰 색, 검은 색, 붉은 색일 확률을 각각 구하여라. |

■ 통계적 확률을 적용하는 상황의 연습문제

| |
|---|
| 어떤 프로야구 선수가 100번의 타격기회에서 15번 홈런을 쳤다는 기록이 있다. 이때, 이 선수가 타석에 들어서서 홈런을 칠 확률 $p$를 구하여라. |

■ 기하학적 확률을 적용하는 상황의 연습문제

| |
|---|
| Cool 백화점에서는 매시 15분, 30분, 50분에 셔틀 버스를 출발시켜 손님에게 편의를 제공하고 있다. 출발 시간을 모르는 사람이 Cool 백화점에서 용무를 끝낸 후에 우연히 셔틀버스를 탈 때까지 기다리는 시간이 5분 이내일 확률을 구하여라. |

■ 어떤 확률을 적용해야 하는지 제시해주지 않은 연습문제

| |
|---|
| 9개의 제품 중에 3개의 불량품이 있다고 한다. 이 9개의 제품 중 하나를 꺼냈을 때 제품이 불량품일 확률과 불량품이 아닐 확률을 각각 구하여라. |

<참고문헌>

임철일(2012). **교수설계 이론과 모형**. 파주: 교육과학사.
이창희·민경도(2011). **新 수학의 바이블 미적분과 통계 기본.** 서울: 이투스교육(주)

<부록>

확률의 뜻과 성질

# 고등학교 2학년
# 미적분과 통계 기본
# 02. 확률의 뜻

## 01 학습목표

◆확률을 수학적으로 정의할 수 있다.

◆확률의 기본 성질을 설명할 수 있다.

◆수학적 확률, 통계적 확률과 기하학적 확률을 구분해서 문제를 풀 수 있다.

지난 시간 되짚어보기

- ✓ 시행과 사건
- ✓ 합사건과 곱사건
- ✓ 배반사건과 여사건

## 02 수학적 확률

**확률: 어떤 사건이 일어날 가능성의 정도를 수치로 나타낸 것**

어떤 시행에서 각각의 근원사건이 일어날 가능성이 같은 정도로 기대될 때, 표본공간 S의 원소의 개수를 $n(s)$, 사건 A의 원소를 $n(A)$라고 하면, 사건 A가 일어날 확률 $p(A)$는

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{(\text{사건 } A\text{가 일어날 수 있는 경우의 수})}{(\text{일어날 수 있는 모든 경우의 수})}$$

## 03 확률의 기본 성질

(1)임의의 사건 A에 대하여

$$0 \le n(A) \le n(S)$$
$$0 \le \frac{n(A)}{n(S)} \le 1$$

$$\therefore 0 \le P(A) \le 1$$

(2)전사건 S에 대하여

$$P(A) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1$$

$$\therefore P(S) = 1$$

(3) 공사건 ∅에 대하여

$$P(A) = \frac{n(\emptyset)}{n(S)} = 0$$

$$\therefore P(\emptyset) = 0$$

## 04 통계적 확률

동일한 조건에서 같은 시행을 n번 반복하여 사건 A가 일어난 횟수를 $r_n$이라고 할 때, n의 값을 한없이 크게 하면 상대도수 $\frac{r_n}{n}$이 일정한 값 p에 가까워진다. 이 때, 이 일정한 값 p를 통계적 확률이라고 한다. 즉, 사건 A의 통계적 확률 P(A)는

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{r_n}{n}$$

큰 수의 법칙
어떤 시행의 횟수를 무한히 크게 하면 통계적 확률이 수학적 확률에 가까워진다.

## 05 기하학적 확률

연속적인 변량을 크기로 갖는 표본공간의 영역 S 안에서 각각의 점을 잡을 가능성이 같은 정도로 기대될 때, 영역 S에 포함되어 있는 영역 A에 대하여 영역 S에서 임의로 잡은 점이 영역 A에 포함될 확률 P(A)는

$$P(A) = \frac{(\text{영역 } A\text{의 크기})}{(\text{영역 } S\text{의 크기})}$$

## 06 평가

주머니 속에 흰 공 5개, 검은 공 3개, 붉은 공 2개가 들어 있다. 이 주머니에서 2개의 공을 꺼낼 때, 그것이 모두 흰 공일 확률을 구하여라.

두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 10 이상일 확률을 구하여라.

길이가 2인 선분 AB 위에 임의로 두 점 C, d를 잡을 때, $\overline{CD} \leq 1$일 확률을 구하여라.